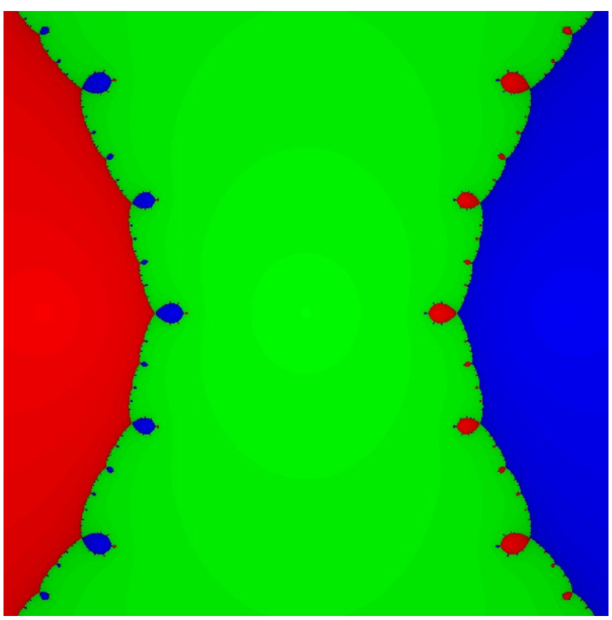
Aanvulling op *Nulpunten – deel 2*, Pythagoras 65-4, maart 2026, p22-26.
https://www.pyth.eu/numerieke-nulpunten-deel-2

Rik Biel, maart 2026.

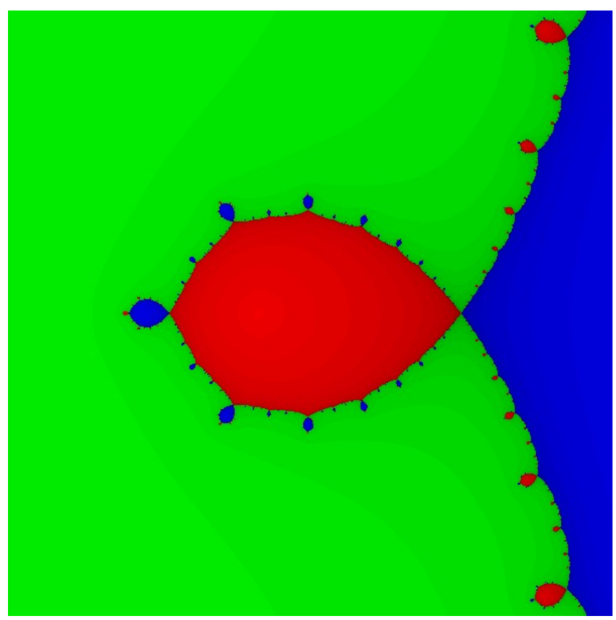
OPGAVE 4

Een nulpuntsberekening voor $f(x) = x^3 - 3x$ levert een benadering van $\sqrt{3}$. Gebruik de Python-programma's op onze website voor de methode van Newton met verschillende startwaarden. Pas op voor $f'(\pm 1) = 0$. Ga na dat voor de startpunten $x = \pm\sqrt{3/5}$ geldt dat $N(N(\pm\sqrt{3/5})) = \pm\sqrt{3/5}$. Startwaarden op $(-\infty, -1)$, $(-\sqrt{3/5}, \sqrt{3/5})$ en $(1, \infty)$ leiden naar resp. de nulwaarden $-\sqrt{3}$, 0 en $\sqrt{3}$. Op $(-1, -\sqrt{3/5})$ en $(\sqrt{3/5}, 1)$ heeft het gedrag zoals dat heet 'gevoelige afhankelijkheid van de beginvoorwaarde'. Daar wisselen intervallen waarin de iteraties naar $\sqrt{3}$ of naar $-\sqrt{3}$ gaan elkaar af. Vergelijk bijvoorbeeld de uitkomsten voor de startwaarden $x = \sqrt{3/5} + 0{,}0005$ en $\sqrt{3/5} + 0{,}001$, die heel dicht bij elkaar liggen.

Het gedrag van de methode van Newton voor $f(x) = x^3 - 3x$ op $(-1, -\sqrt{3/5})$ en $(\sqrt{3/5}, 1)$ wordt inzichtelijk door te kijken naar de Newtonfractal van $f(z) = z^3 - 3z$, $z = \Re(z) + \Im(z)i$.



$-2 \le \Re(z) \le 2$ en $-2 \le \Im(z) \le 2$



$0{,}7 \le \Re(z) \le 1{,}1$ en $-0{,}2 \le \Im(z) \le 0{,}2$